

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι

ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ

1

Γιατί πολυδιάστατους πίνακες;

- Αναλόγως με τις ανάγκες του προγράμματος, μπορεί να είναι πιο εύχρηστοι
- Προβλήματα γραμμικής άλγεβρας

Παράδειγμα: δηλώστε σε πρόγραμμα έναν πίνακα για 100 σημεία με δύο συνιστώσες το καθένα

```
PROGRAM POINTS
  IMPLICIT NONE
  DOUBLE PRECISION P(2,100)

  εντολές...

END
```

2

Δήλωση πολυδιάστατων πινάκων

- Οι επιπλέον διαστάσεις χωρίζονται με κόμμα

```
PROGRAM EXAMPLE
  IMPLICIT NONE
  DOUBLE PRECISION P(2,100)
  INTEGER I(2,2), K(3,3), M(2,2,2)
  DOUBLE PRECISION R(100,100,100)

  εντολές...

END
```

- Στη Fortran μπορούμε να έχουμε μέχρι και 7 διαστάσεις₃

Δήλωση πολυδιάστατων πινάκων

- Οι επιπλέον διαστάσεις χωρίζονται με κόμμα

```
PROGRAM EXAMPLE
  IMPLICIT NONE
  INTEGER N1, N2, N3
  PARAMETER(N1 = 100, N2 = 2, N3 = 3)
  DOUBLE PRECISION P(N2,N1)
  INTEGER I(N2,N2), K(N3,N3), M(N2,N2,N2)
  DOUBLE PRECISION R(N1,N1,N1)

  εντολές...

END
```

- Στη Fortran μπορούμε να έχουμε μέχρι και 7 διαστάσεις₄

Διδιάστατοι πίνακες

DOUBLE PRECISION A(2,2)

δύο γραμμές δύο στήλες

Ο πίνακας A είναι ο:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

Τα στοιχεία του πίνακα είναι:

A(1,1)
A(1,2)
A(2,1)
A(2,2)

5

Απευθείας ανάθεση τιμών: Παράδειγμα #1

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×2 πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 30 & 40 \end{pmatrix}$$

```
PROGRAM EXAMPLE
  IMPLICIT NONE
  INTEGER A(2,2)

  A(1,1) = 10
  A(2,1) = 30
  A(1,2) = 20
  A(2,2) = 40

  END
```

6

Απευθείας ανάθεση τιμών: Παράδειγμα #2

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×3 πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}$$

```
PROGRAM EXAMPLE
  IMPLICIT NONE
  INTEGER A(2,3)

  A(1,1) = 10
  A(1,2) = 20
  A(1,3) = 30
  A(2,1) = 40
  A(2,2) = 50
  A(2,3) = 60

  END
```

7

Απευθείας ανάθεση τιμών: Παράδειγμα #2β

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×3 πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}$$

```
PROGRAM EXAMPLE
  IMPLICIT NONE
  INTEGER A(2,3), I, J, T

  T = 0
  DO I = 1, 2
    DO J = 1, 3
      T = T + 10
      A(I,J) = T
    END DO
  END DO

  END
```

8

Απευθείας ανάθεση τιμών: Παράδειγμα #2γ

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×3 πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 10 & 30 & 50 \\ 20 & 40 & 60 \end{pmatrix}$$

```
PROGRAM EXAMPLE
  IMPLICIT NONE
  INTEGER A(2,3), I, J, T

  T = 0
  DO J = 1, 3
    DO I = 1, 2
      T = T + 10
      A(I,J) = T
    END DO
  END DO

END
```

9

Ανάθεση τιμών με εντολή READ: Παράδειγμα #3α

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί και διαβάζει έναν πίνακα 2×3, μια-μια τις στήλες

```
PROGRAM EXAMPLE
  IMPLICIT NONE
  INTEGER A(2,3)
  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ'
  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΜΙΑ-ΜΙΑ ΤΙΣ ΣΤΗΛΕΣ'
  READ(*,*) A(1,1), A(2,1), A(1,2), A(2,2), A(1,3), A(2,3)
```

```
PROGRAM EXAMPLE
  IMPLICIT NONE
  INTEGER A(2,3), I, J
  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ'
  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΜΙΑ-ΜΙΑ ΤΙΣ ΣΤΗΛΕΣ'
  READ(*,*) ((A(I,J), I = 1, 2), J = 1, 3)

END
```

10

Ανάθεση τιμών με εντολή READ: Παράδειγμα #3β

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί και διαβάζει έναν πίνακα 2×3, μια-μια τις γραμμές

```
PROGRAM EXAMPLE_B
  IMPLICIT NONE
  INTEGER A(2,3)
  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ'
  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΜΙΑ-ΜΙΑ ΤΙΣ ΓΡΑΜΜΕΣ'
  READ(*,*) A(1,1), A(1,2), A(1,3), A(2,1), A(2,2), A(2,3)
```

```
PROGRAM EXAMPLE_B
  IMPLICIT NONE
  INTEGER A(2,3), I, J
  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ'
  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΜΙΑ-ΜΙΑ ΤΙΣ ΓΡΑΜΜΕΣ'
  READ(*,*) ((A(I,J), J = 1, 3), I = 1, 2)

END
```

11

Αποθήκευση πίνακα στη μνήμη

- Τελικά, τι να κάνουμε, γραμμή-γραμμή ή στήλη-στήλη;
- Στην μνήμη, η Fortran αποθηκεύει τους πίνακες στήλη-στήλη. Πχ ο παρακάτω πίνακας αποθηκεύεται ως

ΠΙΝΑΚΑΣ	ΔΙΑΤΑΞΗ ΣΤΗ ΜΝΗΜΗ
$\begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}$	θέση 1: A(1,1) 10
	θέση 2: A(2,1) 40
	θέση 3: A(1,2) 20
	θέση 4: A(2,2) 50
	θέση 5: A(1,3) 30
	θέση 6: A(2,3) 60

- Εάν ακολουθούμε την διάταξη της μνήμης, οι πράξεις εκτελούνται πιο γρήγορα

Εξαγωγή τιμών

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×3 πίνακα, και κατόπιν τον εξαγει στην οθόνη

$$\begin{pmatrix} 10 & 30 & 50 \\ 20 & 40 & 60 \end{pmatrix}$$

στην οθόνη
εμφανίζεται

```
10 30 50
20 40 60
```

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,3), I, J, T
T = 0
DO J = 1, 3
    DO I = 1, 2
        T = T + 10
        A(I,J) = T
    END DO
END DO
DO I = 1, 2
    WRITE(*,*) (A(I,J), J = 1, 3)
END DO
END
```

13

Παράδειγμα #4: Υπολογισμός ίχνους τετραγωνικού πίνακα

- Το ίχνος ενός τετραγωνικού πίνακα N×N είναι το άθροισμα των στοιχείων της διαγωνίου

$$Tr\{A\} = Tr \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdot & \cdot \\ A_{21} & A_{22} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} = A_{11} + A_{22} + \dots + A_{NN}$$

Παράδειγμα #4: Υπολογισμός ίχνους τετραγωνικού πίνακα (1/2)

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί πίνακα N×N σύμφωνα με την δίπλα σχέση, και κατόπιν να εξαγει στην οθόνη τον πίνακα και το ίχνος του

$$A_{ij} = \sin\left(\frac{2\pi}{i+j}\right)$$

```
PROGRAM TRACE
IMPLICIT NONE
INTEGER NMAX, N, I, J
PARAMETER (NMAX = 100)
DOUBLE PRECISION A(NMAX,NMAX), T, PI

WRITE(*,*) 'ΠΟΙΑ Η ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ;'
READ(*,*) N
IF (N > NMAX .OR. N <= 0) THEN
    WRITE(*,*) 'ΛΑΘΟΣ: ΜΕΧΡΙ', NMAX
    STOP
END IF
```

15
ΣΥΝΕΧΙΖΕΤΑΙ...

Παράδειγμα #4: Υπολογισμός ίχνους τετραγωνικού πίνακα (2/2)

```
PI = ACOS(-1.0)
DO J = 1, N
    DO I = 1, N
        A(I,J) = SIN( 2*PI / (I+J) )
    END DO
END DO

T = 0
DO I = 1, N
    T = T + A(I,I)
END DO

WRITE(*,*) 'Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΗΘΗΚΕ ΕΙΝΑΙ:'
DO I = 1, N
    WRITE(*,*) (A(I,J), J = 1, N)
END DO
WRITE(*,*) 'ΚΑΙ ΕΧΕΙ ΙΧΝΟΣ', T
```

16

Παράδειγμα #5 Αντιγραφή πίνακα απο μονδιάστατο σε διδιάστατο

Γράψτε πρόγραμμα που

- 1) διαβάζει μονοδιάστατο πίνακα **A(100)** στοιχείων
- 2) τον αντιγράφει σε διδιάστατο πίνακα **B(10,10)** ως εξής:
 - i. τα 10 πρώτα στοιχεία του A στην πρώτη γραμμή του B
 - ii. τα 10 επόμενα του A στην δεύτερη γραμμή του B, κοκ.
- 3) Αντιγράφει σε δυδιάστατο πίνακα **C(5,5)** τις τιμές του τρίτου τεταρτημορίου (κάτω αριστερά) του B
- 4) Εκτυπώνει τον πίνακα C και το ίχνος του

π.χ. για A(16), B(4,4) και C(2,2)

$$A = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}\}$$

$$B = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ A_5 & A_6 & A_7 & A_8 \\ A_9 & A_{10} & A_{11} & A_{12} \\ A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} A_9 & A_{10} \\ A_{13} & A_{14} \end{pmatrix} \quad 17$$

Παράδειγμα #5 Αντιγραφή πίνακα απο μονδιάστατο σε δυδιάστατο (1/2)

```
PROGRAM COPY_MATRIX
  IMPLICIT NONE
  INTEGER N, I, J, K
  PARAMETER (N = 10)
  DOUBLE PRECISION A(N*N), B(N,N), C(N/2,N/2), T

  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ Α'
  READ(*,*) (A(I), I = 1, N*N)

  K = 0
  DO I = 1, N
    DO J = 1, N
      K = K + 1
      B(I,J) = A(K)
    END DO
  END DO

  SYNTAXIZETAI. 18
```

Παράδειγμα #5 Αντιγραφή πίνακα απο μονδιάστατο σε δυδιάστατο (2/2)

```
DO I = 1, N/2
  DO J = 1, N/2
    C(I,J) = B(I+N/2, J)
  END DO
END DO

T = 0
DO I = 1, N/2
  T = T + C(I,I)
END DO

WRITE(*,*) 'Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΗΘΗΚΕ ΕΙΝΑΙ:'
DO I = 1, N/2
  WRITE(*,*) (C(I,J), J = 1, N/2)
END DO
WRITE(*,*) 'ΚΑΙ ΕΧΕΙ ΙΧΝΟΣ', T

END
```

19

Παράδειγμα #5 Πολλαπλασιασμός πινάκων

- Έστω δύο πίνακες A(N,N) και B(N,N). Το γινόμενο τους A·B είναι ένας πίνακας C(N,N), όπου το κάθε στοιχείο C_{ij} είναι το εσωτερικό γινόμενο της i γραμμής του A επί την j στήλη του B

π.χ. για 2×2 πίνακες:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} & A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} \\ A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} & A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} \end{pmatrix}$$

Σε «μαθηματική» γλώσσα:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^N A_{ik} B_{kj}$$

20

Παράδειγμα #6: Πολλαπλασιασμός πινάκων (1/2)

Γράψτε πρόγραμμα που διαβάζει δύο πίνακες $N \times N$ και υπολογίζει και τυπώνει το γινόμενό τους

```
PROGRAM MULTIPLY
  IMPLICIT NONE
  INTEGER NMAX, N, I, J, K
  PARAMETER (NMAX = 1000)
  DOUBLE PRECISION A(NMAX,NMAX), B(NMAX,NMAX), &
    C(NMAX,NMAX),
  WRITE(*,*) 'ΠΟΙΑ Η ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ;'
  READ(*,*) N
  IF (N > NMAX .OR. N <= 0) THEN
    WRITE(*,*) 'ΛΑΘΟΣ: ΜΕΧΡΙ', NMAX
    STOP
  END IF
  WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΟΥΣ ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΤΗΛΗ-ΣΤΗΛΗ;'
  READ(*,*) ((A(I,J), I = 1, N), J = 1, N)
  READ(*,*) ((B(I,J), I = 1, N), J = 1, N)
```

21

Παράδειγμα #6: Πολλαπλασιασμός πινάκων (2/2)

```
DO J = 1, N
  DO I = 1, N
    C(I,J) = 0
    DO K = 1, N
      C(I,J) = C(I,J) + A(I,K) * B(K,J)
    END DO
  END DO
END DO

WRITE(*,*) 'ΤΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ Α ΕΠΙ Β ΕΙΝΑΙ Ο ΠΙΝΑΚΑΣ:'
DO I = 1, N
  WRITE(*,*) (C(I,J), J = 1, N)
END DO

END
```

22