

Ημιαγωγοί

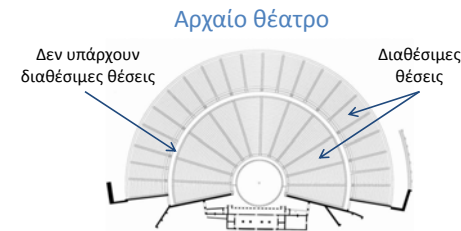
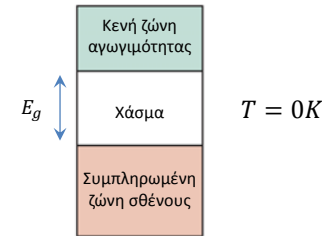
Δ. Γ. Παπαγεωργίου
Τμήμα Μηχανικών Επιστήμης Υλικών
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

dpapageo@cc.uoi.gr
<http://pc164.materials.uoi.gr/dpapageo>

1

Ημιαγωγοί

Δομή ενεργειακών ζωνών



Ηλεκτρικές, Μαγνητικές και Οπτικές Ιδιότητες των Υλικών

Ο σημαντικότερος ημιαγωγός είναι το πυρίτιο - Si ($E_g = 1.1eV$)

Άλλοι ημιαγωγοί:

- Γερμάνιο - Ge ($E_g = 0.67eV$)
- Αρσενικούχο Γάλλιο - GaAs ($E_g = 1.42eV$)
- Φωσφορούχο Γάλλιο - GaP ($E_g = 2.25eV$)
- Αντιμονούχο Ίνδιο - InSb ($E_g = 0.17eV$)
- Θειούχο Κάδμιο - CdS ($E_g = 2.40eV$)
- Τελλουριούχος Ψευδάργυρος - ZnTe ($E_g = 2.26eV$)

2

Ημιαγωγοί

Ενδογενείς – εξωγενείς ημιαγωγοί

Ενδογενείς ημιαγωγοί

Η ηλεκτρική συμπεριφορά βασίζεται στην υπάρχουσα ηλεκτρονιακή δομή των καθαρών υλικών.

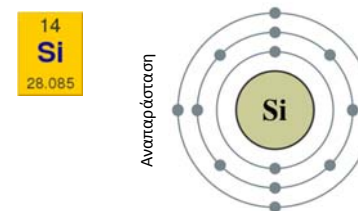
Εξωγενείς ημιαγωγοί

Η ηλεκτρική συμπεριφορά υπαγορεύεται από άτομα προσμίξεων.

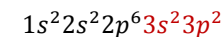
- Εξωγενείς ημιαγωγοί τύπου n
- Εξωγενείς ημιαγωγοί τύπου p

Ενδογενείς ημιαγωγοί – Πυρίτιο

Το άτομο του πυριτίου

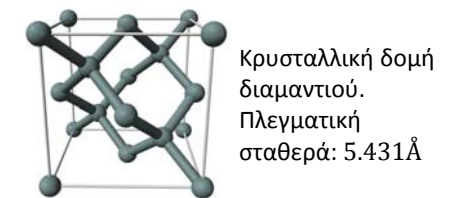


Ηλεκτρονιακή διαμόρφωση:

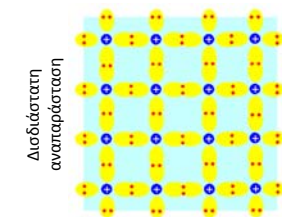


- 1^η στιβάδα ($n = 1$) 2 ηλεκτρόνια
- 2^η στιβάδα ($n = 2$) 8 ηλεκτρόνια
- 3^η στιβάδα ($n = 3$) 4 ηλεκτρόνια

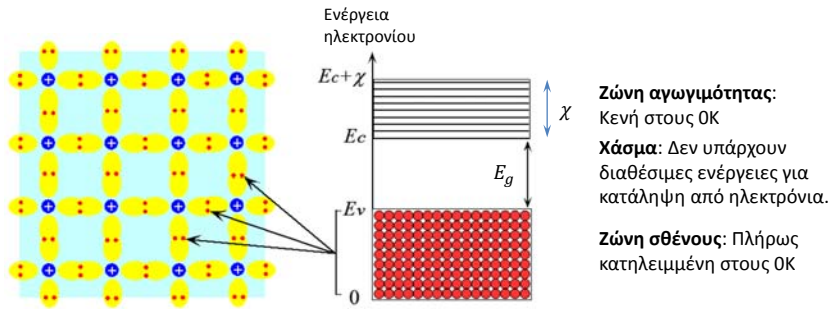
Κρυσταλλική δομή του πυριτίου



Τέσσερις ομοιοπολικοί δεσμοί με γειτονικά άτομα Si.



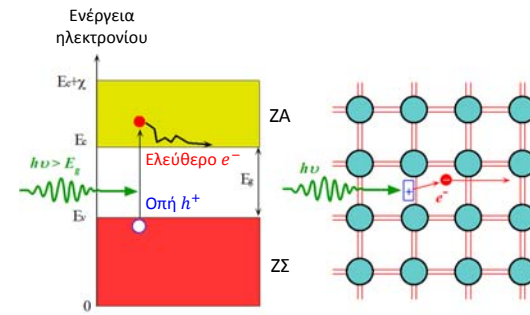
Δομή ενεργειακών ζωνών στο πυρίτιο



- E_v Η υψηλότερη ενέργεια στη ζώνη σθένους.
- E_c Η χαμηλότερη ενέργεια στη ζώνη αγωγιμότητας.
- $E_g = E_c - E_v$ Ενεργειακό χάσμα.
- χ Ηλεκτρονική συγγένεια.
- Τα ηλεκτρόνια στη ζώνη σθένους δεν είναι εντοπισμένα σε μια ατομική περιοχή αλλά εκτείνονται σε όλο τον κρύσταλλο.
- Δεν μπορούμε να ξεχωρίσουμε μεταξύ τους τα ηλεκτρόνια στους ομοιοπολικούς δεσμούς.

Δημιουργία ελεύθερων ηλεκτρονίων και οπών

Φωτονική διέγερση



Ενέργεια φωτονίου: $E_{ph} = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$

- ν Συχνότητα
- c Ταχύτητα φωτός
- λ Μήκος κύματος
- h Σταθερά του Planck
- $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$
- $h = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eVs}$

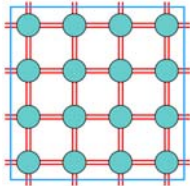
- Το φωτόνιο απορροφάται. Το ηλεκτρόνιο αποκτά επιπλέον ενέργεια και μεταβαίνει από τη ΖΣ στη ΖΑ.
- Η κενή ενεργειακή κατάσταση στη ΖΣ ονομάζεται **οπή** και συμβολίζεται h^+
- Η περιοχή της οπής στη ΖΣ είναι **θετικά φορτισμένη**.
- Δημιουργείται έτσι ένα ζεύγος ηλεκτρονίου (στη ΖΑ) και οπής (στη ΖΣ).

Τι γίνεται αν το φωτόνιο δεν έχει επαρκή ενέργεια;

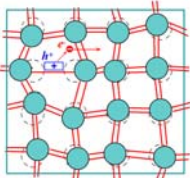
Δημιουργία ελεύθερων ηλεκτρονίων και οπών

Θερμική διέγερση

Σε θερμοκρασία $T = 0$



Σε θερμοκρασία $T > 0$



Κρύσταλλος πυριτίου

- Λόγω της θερμικής ενέργειας τα άτομα στον κρύσταλλο βρίσκονται σε διαρκή ταλάντωση.
- Οι δεσμοί μεταξύ των ατόμων παραμορφώνονται.
- Είναι δυνατόν ένας δεσμός να παραμορφωθεί τόσο ώστε να σπάσει.
- Ελευθερώνεται ένα ηλεκτρόνιο που μεταβαίνει από τη ΖΣ στη ΖΑ.
- Δημιουργείται επίσης μια **οπή** στη ΖΣ (κενή ενεργειακή κατάσταση).

Παράδειγμα #1

Με ποιο μήκος κύματος πρέπει να ακτινοβολήσουμε ενδογενές πυρίτιο έτσι ώστε να διεγείρουμε ηλεκτρόνια στη ζώνη αγωγιμότητας;

Για να διεγείρουμε ηλεκτρόνια πρέπει τα φωτόνια να έχουν ενέργεια τουλάχιστον ίση με το ενεργειακό χάσμα του ημιαγωγού.

$$E_{ph} = h \frac{c}{\lambda} = E_g \Rightarrow \lambda = h \frac{c}{E_g}$$

Χρειαζόμαστε το E_g του πυριτίου

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})	μ_e ($\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$)	μ_h ($\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$)	m_e^*/m_e	m_h^*/m_e	ϵ_r
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}	3900	1900	0.12a	0.23a	16
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}	1350	450	0.26a	0.38a	11.9
								1.08b	0.60b	
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6	8500	400	0.067a,b	0.40a	13.1
									0.50b	

Παράδειγμα #1

Χρειαζόμαστε:

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$h = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eVs} \quad \leftarrow \text{Επιλέγουμε αυτή την τιμή}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

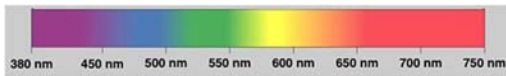
Αντικαθιστούμε:

$$\lambda = h \frac{c}{E_g} =$$

$$(4.14 \times 10^{-15} \text{ eVs}) \frac{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.1 \text{ eV}} = 11.3 \times 10^{-7} \text{ m} = 1130 \text{ nm} \quad (\text{υπέρουθρο})$$

Αυτό αποτελεί και το μέγιστο μήκος κύματος που μπορεί να διεγείρει ηλεκτρόνια.

Υπενθύμιση: Ορατό φάσμα



Παράδειγμα #2

Ενδογενές GaAs ακτινοβολείται με μήκος κύματος 980 nm. Θα καταφέρουν να διεγερθούν ηλεκτρόνια στη ζώνη αγωγιμότητας;

Δεδομένα:

$$\lambda = 980 \text{ nm} = 98 \times 10^{-8} \text{ m}$$

Για να διεγείρουμε ηλεκτρόνια πρέπει τα φωτόνια να έχουν ενέργεια ίση ή μεγαλύτερη με το ενεργειακό χάσμα του GaAs.

Η ενέργεια των φωτονίων είναι:

$$E_{ph} = h \frac{c}{\lambda}$$

Χρειαζόμαστε:

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$h = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eVs}$$

Αντικαθιστούμε:

$$E_{ph} =$$

$$(4.14 \times 10^{-15} \text{ eVs}) \frac{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{98 \times 10^{-8} \text{ m}} =$$

$$1.27 \text{ eV}$$

Χρειαζόμαστε το E_g του GaAs.

Παράδειγμα #2

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})	μ_e ($\text{cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$)	μ_h ($\text{cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$)	m_e^*/m_e	m_h^*/m_e	ϵ_r
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}	3900	1900	0.12a 0.56b	0.23a 0.40b	16
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}	1350	450	0.26a 1.08b	0.38a 0.60b	11.9
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6	8500	400	0.067a,b	0.40a 0.50b	13.1

$$E_{ph} = 1.27 \text{ eV}$$

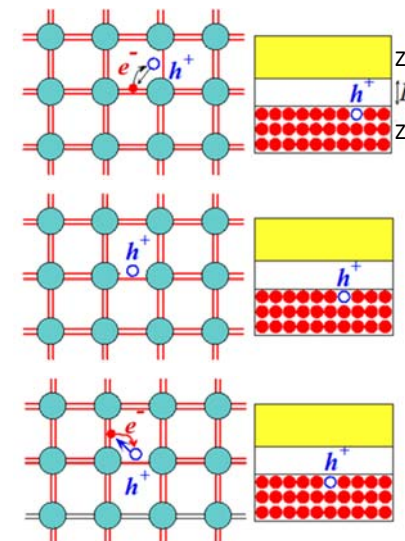
$$E_g = 1.42 \text{ eV}$$

$E_{ph} < E_g$ Συνεπώς δεν θα διεγερθούν ηλεκτρόνια.

Πρόσθετο ερώτημα:

Πρέπει να ακτινοβολήσουμε με μικρότερο ή μεγαλύτερο μήκος κύματος ώστε να διεγερθούν ηλεκτρόνια;

Κίνηση οπών

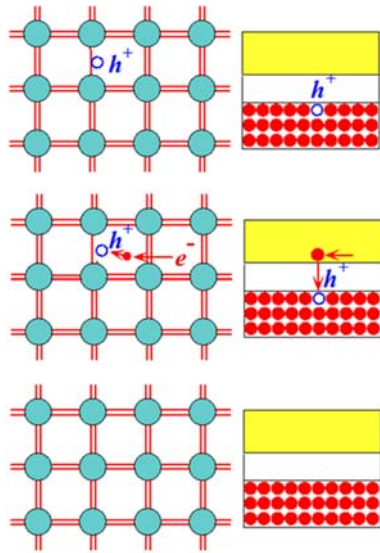


- Ηλεκτρόνια γειτονικά σε μια οπή μπορούν να μεταβούν και να καταλάβουν την οπή (μέσω του φαινομένου σήραγγας).
- Με τον τρόπο αυτό η οπή εμφανίζεται να μετακινείται μέσα στον κρύσταλλο.

Φαινόμενο σήραγγας:

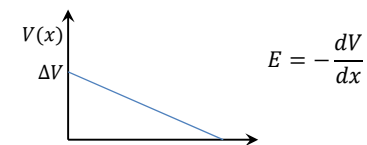
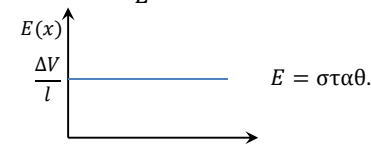
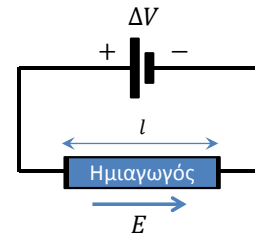
Κβαντικό φαινόμενο όπου ένα ηλεκτρόνιο έχει πιθανότητα να υπερπηδήσει ένα ενεργειακό φράγμα, χωρίς να έχει την απαιτούμενη ενέργεια.

Επανασύνδεση



- Ένα ηλεκτρόνιο στη ΖΑ μπορεί να συναντήσει μια οπή στη ΖΣ, δηλαδή να βρει μια κενή ενεργειακή κατάσταση με χαμηλότερη ενέργεια την οποία και καταλαμβάνει.
- Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **επανασύνδεση**.
- Η επιπλέον ενέργεια του ηλεκτρονίου:
 - απορροφάται από τις ταλαντώσεις του πλέγματος, δηλαδή μετατρέπεται σε θερμότητα (Si, Ge).
 - μετατρέπεται σε φωτόνιο (GaAs, InP).

Οι ενεργειακές ζώνες υπό την παρουσία ηλεκτρικού πεδίου



Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο είναι σταθερό, το δυναμικό είναι της μορφής $V(x) = Ax + B$

Οι σταθερές A, B προσδιορίζονται από τις συνθήκες:

$$V(0) = B = \Delta V$$

$$V(l) = Al + \Delta V = 0 \Rightarrow$$

$$A = -\frac{\Delta V}{l}$$

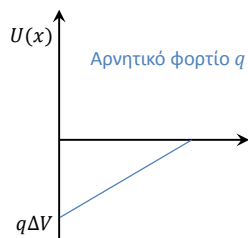
Τελικά το δυναμικό είναι:

$$V(x) = -\frac{\Delta V}{l}x + \Delta V = \Delta V \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

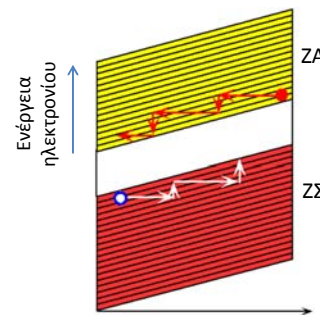
Οι ενεργειακές ζώνες υπό την παρουσία ηλεκτρικού πεδίου

Η δυναμική ενέργεια εξαιτίας του ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$U(x) = qV(x)$$



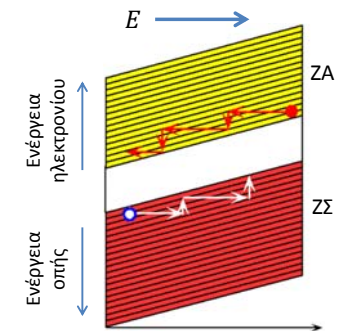
Το ηλεκτρόνιο έχει επιπλέον δυναμική ενέργεια εξαιτίας του ηλεκτρικού πεδίου. Έτσι οι ενεργειακές ζώνες κάμπτονται.



Κίνηση ηλεκτρονίων και οπών

Ηλεκτρόνια

- Υπό την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου το ηλεκτρόνιο στη ΖΑ κινείται αντίθετα με τη φορά του πεδίου.
- Στην πορεία σκεδάζεται από άτομα Si, οπότε χάνει μέρος της ενέργειάς του.
- Μετά τη σκέδαση το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται και πάλι.
- Η διαδικασία αυτή αποτελεί την **ολίσθηση** (drift) λόγω του ηλεκτρικού πεδίου.



Οπές

- Οι οπές ολισθαίνουν κατά τη φορά του πεδίου.
- Οι οπές αυξάνουν την ενέργειά τους προς τα κάτω λόγω του αντίθετου προσήμου στο φορτίο.

Αγωγή του ηλεκτρισμού

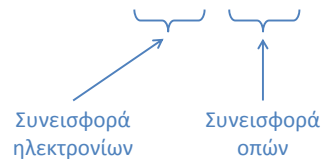
Στους ημιαγωγούς έχουμε δύο φορείς φορτίου (φορείς αγωγιμότητας)

- Ηλεκτρόνια (φορτίο: $-e$)
- Οπές (φορτίο: $+e$)

Έχουμε δηλαδή **αμφιπολική** ή **διπολική αγωγιμότητα**.

Και οι δύο φορείς συνεισφέρουν στην πυκνότητα ρεύματος:

$$J = env_{de} + epv_{dh}$$



v_{de} ταχύτητα ολίσθησης ηλεκτρονίων

$$v_{de} = \mu_e E_x$$

v_{dh} ταχύτητα ολίσθησης οπών

$$v_{dh} = \mu_h E_x$$

n συγκέντρωση ηλεκτρονίων

p συγκέντρωση οπών

Υπενθύμιση:

$$n = \frac{\text{πλήθος ηλεκτρονίων}}{\text{όγκος}}$$

$$p = \frac{\text{πλήθος οπών}}{\text{όγκος}}$$

Μονάδες συγκέντρωσης:

$$\frac{1}{m^3} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{cm^3}$$

Αγωγή του ηλεκτρισμού

Η πυκνότητα ρεύματος είναι:

$$J = env_{de} + epv_{dh}$$

$$v_{de} = \mu_e E_x \quad v_{dh} = \mu_h E_x$$

Σε ένα μεταλλικό αγωγό είδαμε ότι:

$$\mu_e = \frac{e\tau}{m_e}$$

τ μέσος ελεύθερος χρόνος μεταξύ σκεδάσεων.

Σε ημιαγωγό ισχύει ότι:

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m_e^*} \quad \text{Ευκνησία (κινητικότητα) ηλεκτρονίων}$$

$$\mu_h = \frac{e\tau_h}{m_h^*} \quad \text{Ευκνησία (κινητικότητα) οπών}$$

m_e^* ενεργός μάζα ηλεκτρονίου

m_h^* ενεργός μάζα οπής

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})	μ_e ($cm^2 V^{-1} s^{-1}$)	μ_h ($cm^2 V^{-1} s^{-1}$)	m_e^*/m_e	m_h^*/m_e	ϵ_r
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}	3900	1900	0.12a 0.56b	0.23a 0.40b	16
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}	1350	450	0.26a 1.08b	0.38a 0.60b	11.9
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6	8500	400	0.067a,b	0.40a 0.50b	13.1

Αγωγή του ηλεκτρισμού

Η ειδική αγωγιμότητα του ημιαγωγού είναι:

$$\sigma = en\mu_e + ep\mu_h \quad \text{Αγωγιμότητα ημιαγωγού}$$

Επειδή σε ένα ενδογενή ημιαγωγό κάθε ηλεκτρόνιο που διεγείρεται στη ΖΑ αφήνει μια οπή στη ΖΣ ισχύει ότι:
 $n = p$

Έτσι η αγωγιμότητα γράφεται:

$$\sigma = en(\mu_e + \mu_h)$$

ή

$$\sigma = ep(\mu_e + \mu_h)$$

Σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας:

$$n = p = n_i \quad \text{Ενδογενής συγκέντρωση ημιαγωγού}$$

Η ενδογενής συγκέντρωση είναι χαρακτηριστική ιδιότητα του ημιαγωγού.

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Παράδειγμα #3

Ποιος είναι ο μέσος ελεύθερος χρόνος μεταξύ των σκεδάσεων για τα ηλεκτρόνια στο ενδογενές GaAs ;

Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m_e^*} \Rightarrow$$

$$\tau_e = \frac{\mu_e m_e^*}{e}$$

Χρειαζόμαστε τα μ_e και m_e^*

Χρειαζόμαστε:

$$\mu_e = 8500 \frac{cm^2}{Vs} = 0.85 \frac{m^2}{Vs}$$

$$m_e^* = 0.067 m_e$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} kg$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} C$$

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})	μ_e ($cm^2 V^{-1} s^{-1}$)	μ_h ($cm^2 V^{-1} s^{-1}$)	m_e^*/m_e	m_h^*/m_e	ϵ_r
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}	3900	1900	0.12a 0.56b	0.23a 0.40b	16
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}	1350	450	0.26a 1.08b	0.38a 0.60b	11.9
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6	8500	400	0.067a,b	0.40a 0.50b	13.1

Παράδειγμα #3

Αντικαθιστούμε:

$$\tau_e = \frac{\mu_e m_e^*}{e} = \frac{\left(0.85 \frac{m^2}{Vs}\right)(0.067)(9.11 \times 10^{-31} kg)}{1.6 \times 10^{-19} C} =$$

$$0.32 \times 10^{-12} s =$$

$$0.32 ps$$

Παράδειγμα #4

Η ειδική αγωγιμότητα του ενδογενούς Si σε θερμοκρασία δωματίου είναι $4 \times 10^{-4} (\Omega m)^{-1}$. Η ευκινισία ηλεκτρονίων και οπών είναι $0.135 m^2/Vs$ και $0.045 m^2/Vs$ αντίστοιχα. Ποια είναι η συγκέντρωση ηλεκτρονίων και οπών;

Δεδομένα:

$$\sigma = 4 \times 10^{-4} (\Omega m)^{-1}$$

$$\mu_e = 0.135 \frac{m^2}{Vs}$$

$$\mu_h = 0.045 \frac{m^2}{Vs}$$

Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$\sigma = en\mu_e + ep\mu_h \Rightarrow$$

$$\sigma = en(\mu_e + \mu_h) \Rightarrow$$

$$n = \frac{\sigma}{e(\mu_e + \mu_h)}$$

Χρειαζόμαστε:

$$e = 1.6 \times 10^{-19} C$$

Αντικαθιστούμε:

$$n =$$

$$\frac{4 \times 10^{-4} (\Omega m)^{-1}}{(1.6 \times 10^{-19} C) \left(0.135 \frac{m^2}{Vs} + 0.045 \frac{m^2}{Vs}\right)} = 1.39 \times 10^{16} m^{-3}$$

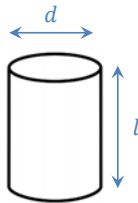
Παράδειγμα #5

Ένα κυλινδρικό δείγμα καθαρού Ge έχει μήκος 1 cm και έχει διάμετρο 1 mm. Υπολογίστε την ειδική αγωγιμότητα και την αντίσταση του δείγματος σε θερμοκρασία δωματίου.

Δεδομένα:

$$l = 1 cm = 10^{-2} m$$

$$d = 1 mm = 10^{-3} m$$



Η αντίσταση δίνεται από τον τύπο:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

όπου $A = \pi d^2/4$ είναι το εμβαδόν της διατομής.

Επειδή $\rho = 1/\sigma$ η αντίσταση γράφεται:

$$R = \frac{4l}{\pi \sigma d^2}$$

Η αγωγιμότητα δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma = en\mu_e + ep\mu_h \Rightarrow$$

$$\sigma = en(\mu_e + \mu_h)$$

Επειδή ο ημιαγωγός είναι ενδογενής η συγκέντρωση ηλεκτρονίων είναι:

$$n = n_i$$

Παράδειγμα #5

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})	μ_e ($cm^2 V^{-1} s^{-1}$)	μ_h ($cm^2 V^{-1} s^{-1}$)	m_e^*/m_e	m_h^*/m_e	ϵ_r
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}	3900	1900	0.12a 0.56b	0.23a 0.40b	16
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}	1350	450	0.26a 1.08b	0.38a 0.60b	11.9
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6	8500	400	0.067a,b	0.40a 0.50b	13.1

Χρειαζόμαστε:

$$n_i = 2.3 \times 10^{13} cm^{-3}$$

$$\mu_e = 3900 \frac{cm^2}{Vs}$$

$$\mu_h = 1900 \frac{cm^2}{Vs}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} C$$

Παράδειγμα #5

Αντικαθιστούμε για την αγωγιμότητα:

$$\sigma = en(\mu_e + \mu_h) =$$

$$(1.6 \times 10^{-19} C)(2.3 \times 10^{13} cm^{-3}) \left(3900 \frac{cm^2}{Vs} + 1900 \frac{cm^2}{Vs} \right) =$$

$$2.13 \times 10^{-2} \frac{C}{V s cm} = \quad \leftarrow \frac{C}{s} = A$$

$$2.13 \times 10^{-2} \frac{A}{V cm} = \quad \leftarrow \frac{V}{A} = \Omega$$

$$2.13 \times 10^{-2} \frac{1}{\Omega cm} =$$

$$2.13 \times 10^{-2} \frac{1}{\Omega 10^{-2} m} =$$

$$2.13 (\Omega m)^{-1}$$

Παράδειγμα #5

Αντικαθιστούμε για την αντίσταση:

$$R = \frac{4l}{\pi \sigma d^2} =$$

$$\frac{4(10^{-2} m)}{\pi (2.13 (\Omega m)^{-1})(10^{-3} m)^2} =$$

$$5.98 \times 10^3 \Omega =$$

$$5.98 k\Omega$$

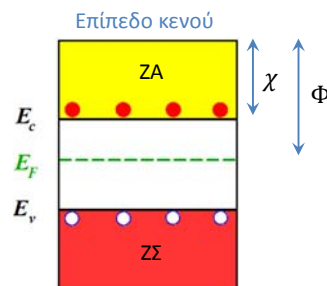
Ενέργεια Fermi και έργο εξόδου στους ημιαγωγούς

Επίπεδο κενού

Η ενέργεια που έχει ένα ηλεκτρόνιο όταν απομακρυνθεί από το στερεό και επιπλέον δεν έχει κινητική ενέργεια.

Έργο εξόδου Φ

Η ενέργεια που απαιτείται για την απομάκρυνση ενός ηλεκτρονίου από το στερεό και τη μετάβασή του στο επίπεδο του κενού.



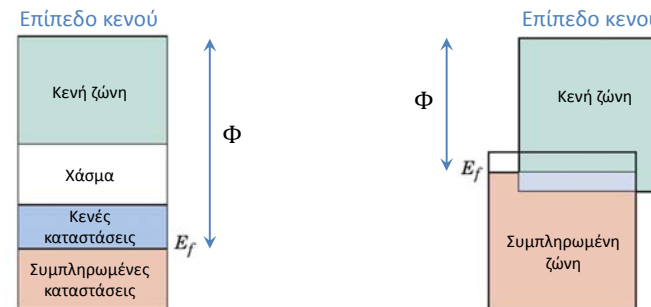
Ενέργεια ή επίπεδο Fermi E_F

Η ενέργεια που βρίσκεται Φ κάτω από το επίπεδο του κενού.

Σε θερμοκρασία $T = 0$ κάτω από το επίπεδο Fermi όλες οι ενεργειακές καταστάσεις είναι κατειλημμένες ενώ πάνω από επίπεδο Fermi όλες οι ενεργειακές καταστάσεις είναι κενές.

Μεταβολή στην E_F έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή ηλεκτρικού έργου.

Ενέργεια Fermi και έργο εξόδου στα μέταλλα



Ενέργεια ή επίπεδο Fermi E_F

Επιπλέον στα μέταλλα είναι η μέγιστη ενέργεια που μπορεί να έχει ένα ηλεκτρόνιο σε θερμοκρασία $T = 0$.

Συγκέντρωση ηλεκτρονίων

Σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας η συγκέντρωση ηλεκτρονίων δίνεται από τον τύπο:

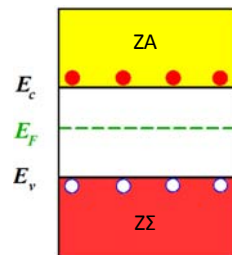
$$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}$$

N_c Ενεργός πυκνότητα καταστάσεων στην άκρη της ΖΑ.

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

m_e^* Ενεργός μάζα ηλεκτρονίου (προσοχή: διαφορετική από την ενεργό μάζα για την αγωγιμότητα).

Ισχύει και για **εξωγενείς** ημιαγωγούς.



Συγκέντρωση οπών

Σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας η συγκέντρωση ηλεκτρονίων δίνεται από τον τύπο:

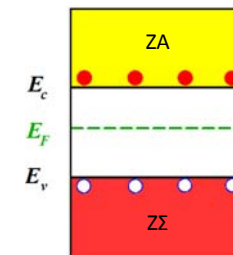
$$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}}$$

N_v Ενεργός πυκνότητα καταστάσεων στην άκρη της ΖΣ.

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

m_h^* Ενεργός μάζα οπής (προσοχή: διαφορετική από την ενεργό μάζα για την αγωγιμότητα).

Ισχύει και για **εξωγενείς** ημιαγωγούς.



Ενεργές πυκνότητες καταστάσεων

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm ⁻³)	N_v (cm ⁻³)	n_i (cm ⁻³)	μ_e (cm ² V ⁻¹ s ⁻¹)	μ_h (cm ² V ⁻¹ s ⁻¹)	m_e^*/m_e	m_h^*/m_e	ϵ_r
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}	3900	1900	0.12a	0.23a	16
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}	1350	450	0.26a	0.38a	11.9
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6	8500	400	0.067a,b	0.40a	13.1

Νόμος δράσης των μαζών

Σε ένα ενδογενή ημιαγωγό λόγω θερμικής διέγερσης δημιουργούνται ζεύγη ηλεκτρονίων (στη ΖΑ) και οπών (στη ΖΣ).

$$n = p = n_i$$

n_i Ενδογενής συγκέντρωση. Είναι χαρακτηριστική ιδιότητα του υλικού.

Σχηματίζουμε το γινόμενο:

$$np =$$

$$N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}} =$$

$$N_c N_v e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T} - \frac{E_F - E_v}{k_B T}} =$$

$$N_c N_v e^{-\frac{E_c - E_v}{k_B T}} =$$

$$N_c N_v e^{-\frac{E_g}{k_B T}} \Rightarrow$$

$$np = n_i^2 = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{k_B T}} = \text{σταθερό}$$

Νόμος δράσης των μαζών

Ισχύει σε **θερμική ισορροπία**, δηλαδή όταν δεν εφαρμόζεται εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο και ο ημιαγωγός δεν ακτινοβολείται.

Ισχύει και για **εξωγενείς** ημιαγωγούς.

Ενέργεια Fermi ενδογενούς ημιαγωγού

Σε ένα ενδογενή ημιαγωγό ισχύει

$$n = p$$

Αντικαθιστούμε τις εκφράσεις:

$$N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}} \Rightarrow$$

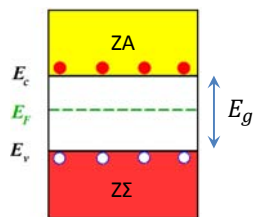
$$\frac{N_c}{N_v} = e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}} \Rightarrow$$

$$\frac{N_c}{N_v} = e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}} e^{\frac{E_c - E_F}{k_B T}} \Rightarrow$$

$$\frac{N_c}{N_v} = e^{-\frac{2E_F - E_v - E_c}{k_B T}} \Rightarrow$$

Όμως $E_c = E_v + E_g$

$$\frac{N_c}{N_v} = e^{-\frac{2E_F - E_v - E_v - E_g}{k_B T}} \Rightarrow$$



$$\frac{N_c}{N_v} = e^{-\frac{2E_F - 2E_v - E_g}{k_B T}} \Rightarrow$$

$$\ln \frac{N_c}{N_v} = -\frac{2E_F - 2E_v - E_g}{k_B T} \Rightarrow$$

$$E_F = E_v + \frac{1}{2} E_g - \frac{1}{2} k_B T \ln \frac{N_c}{N_v}$$

Ενέργεια Fermi ενδογενούς ημιαγωγού

Ενέργεια Fermi ενδογενούς ημιαγωγού

Βρήκαμε ότι:

$$E_F = E_v + \frac{1}{2} E_g - \frac{1}{2} k_B T \ln \frac{N_c}{N_v}$$

Συνεπώς η ενέργεια Fermi δεν βρίσκεται στη μέση του χάσματος.

Εξαρτάται από τα N_c και N_v .

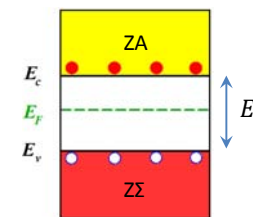
Ξέρουμε ότι:

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

$$E_F = E_v + \frac{1}{2} E_g - \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_e^*}{m_h^*}$$



Μόνο αν $N_c = N_v$ ή $m_e^* = m_h^*$ τότε η ενέργεια Fermi βρίσκεται στο μέσον του χάσματος:

$$E_F = E_v + \frac{1}{2} E_g$$

Υπενθύμιση: Ιδιότητες λογαρίθμων

Ορισμός λογαρίθμου

$$x = b^a \Leftrightarrow \log_b x = a$$

Λογάριθμος του x με βάση b

Ο λογάριθμος που έχει βάση $b = 10$ λέγεται δεκαδικός λογάριθμος και συμβολίζεται $\log x$

Ο λογάριθμος που έχει βάση $b = e$ λέγεται φυσικός λογάριθμος και συμβολίζεται $\ln x$

Ιδιότητες λογαρίθμων (φυσικών)

$$x = e^y \Leftrightarrow \ln x = y \quad x > 0$$

$$\ln(xy) = \ln x + \ln y$$

$$\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$$

$$\ln x^n = n \ln x$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln 1 = 0$$

$$x > 1 \Leftrightarrow \ln x > 0$$

$$0 < x < 1 \Leftrightarrow \ln x < 0$$

Παράδειγμα #6

Πόσο απέχει η ενέργεια Fermi του ενδογενούς Si από το μέσο του ενεργειακού χάσματος σε θερμοκρασία 300K; Βρίσκεται πιο πάνω ή πιο κάτω από το μέσο του χάσματος;

Δεδομένα:

$$T = 300K$$

Το μέσο του ενεργειακού χάσματος είναι:

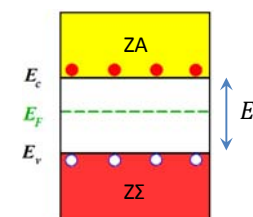
$$E_m = E_v + \frac{1}{2} E_g$$

Η ενέργεια Fermi ενδογενούς ημιαγωγού είναι:

$$E_F = E_v + \frac{1}{2} E_g - \frac{1}{2} k_B T \ln \frac{N_c}{N_v}$$

Η διαφορά τους είναι:

$$E_F - E_m =$$



$$\left(E_v + \frac{1}{2} E_g - \frac{1}{2} k_B T \ln \frac{N_c}{N_v} \right) - \left(E_v + \frac{1}{2} E_g \right) = -\frac{1}{2} k_B T \ln \frac{N_c}{N_v}$$

Χρειαζόμαστε τις σταθερές N_c και N_v

Παράδειγμα #6

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})	μ_e ($\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$)	μ_h ($\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$)	m_e^*/m_e	m_h^*/m_e	ϵ_r
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}	3900	1900	0.12a 0.56b	0.23a 0.40b	16
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}	1350	450	0.26a 1.08b	0.38a 0.60b	11.9
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6	8500	400	0.067a,b	0.40a 0.50b	13.1

Χρειαζόμαστε:

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$k_B = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

Χρησιμοποιούμε
αυτή την τιμή

Αντικαθιστούμε:

$$-\frac{1}{2} k_B T \ln \frac{N_c}{N_v} = -\frac{1}{2} \left(8.62 \times 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} \right) (300\text{K}) \ln \frac{2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}}{1.2 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}} = -0.011 \text{ eV} =$$

-11meV

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η ενέργεια Fermi είναι χαμηλότερα από το μέσο του χάσματος.

Παράδειγμα #7

Ποιο είναι το έργο εξόδου του ενδογενούς πυριτίου ;

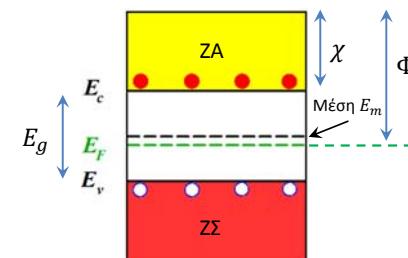
Στο προηγούμενο παράδειγμα είδαμε ότι η απόσταση της ενέργειας Fermi από το μέσο του χάσματος του ενδογενούς Si σε θερμοκρασία $T=300\text{K}$ είναι:

$$E_F - E_m = -\frac{1}{2} k_B T \ln \frac{N_c}{N_v} = -11 \text{ meV}$$

Το έργο εξόδου είναι:

$$\Phi = \chi + \frac{1}{2} E_g - (E_F - E_m)$$

Χρειαζόμαστε την ηλεκτρονική συγγένεια χ και το χάσμα του πυριτίου E_g .



Παράδειγμα #7

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})	μ_e ($\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$)	μ_h ($\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$)	m_e^*/m_e	m_h^*/m_e	ϵ_r
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}	3900	1900	0.12a 0.56b	0.23a 0.40b	16
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}	1350	450	0.26a 1.08b	0.38a 0.60b	11.9
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6	8500	400	0.067a,b	0.40a 0.50b	13.1

Χρειαζόμαστε:

$$E_g = 1.1 \text{ eV}$$

$$\chi = 4.01 \text{ eV}$$

$$E_F - E_m = -11 \text{ meV}$$

Αντικαθιστούμε:

$$\Phi = \chi + \frac{1}{2} E_g - (E_F - E_m) =$$

$$4.01 \text{ eV} + \frac{1}{2} (1.1 \text{ eV}) + 0.011 \text{ eV} = 4.571 \text{ eV}$$

Εξωγενείς ημιαγωγοί

Είναι ημιαγωγοί στους οποίους έχουν προστεθεί προσμίξεις.

Ημιαγωγοί τύπου n

Προσθέτοντας προσμίξεις ενός **πεντασθενούς** στοιχείου, πχ. As, P, Sb δημιουργούμε ημιαγωγούς όπου η συγκέντρωση ηλεκτρονίων είναι πολύ μεγαλύτερη από τη συγκέντρωση οπών, δηλαδή

$$n \gg p$$

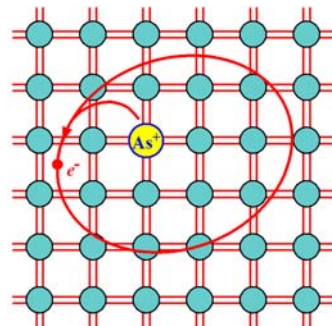
Ημιαγωγοί τύπου p

Προσθέτοντας προσμίξεις ενός **τρισθενούς** στοιχείου πχ. B, Al, Ga δημιουργούμε ημιαγωγούς όπου η συγκέντρωση οπών είναι πολύ μεγαλύτερη από τη συγκέντρωση ηλεκτρονίων, δηλαδή

$$p \gg n$$

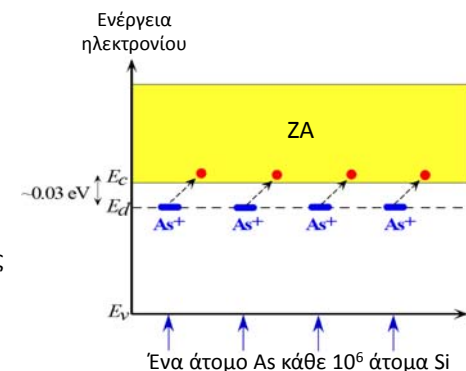
Νόθευση τύπου n

- Εισάγουμε προσμίξεις πεντασθενούς στοιχείου πχ As.
- Κάθε άτομο πρόσμιξης πρέπει να περιβάλλεται από πολλά (εκατομμύρια) άτομα Si έτσι ώστε να δημιουργεί δεσμούς μόνο με άτομα Si.
- Το As σχηματίζει δεσμούς με 4 άτομα Si και ένα ηλεκτρόνιο του παραμένει εκτός δεσμών σε τροχιά γύρω από το άτομο As.
- Για να απελευθερώσουμε το ηλεκτρόνιο (ιονισμός) απαιτείται ενέργεια 0.032eV .
- Η ενέργεια αυτή είναι συγκρίσιμη με τη θερμική ενέργεια σε θερμοκρασία δωματίου $\sim 3k_B T \approx 0.07\text{eV}$.
- Το πέμπτο ηλεκτρόνιο σθένους του As μπορεί να αποδεσμευτεί και να βρεθεί "ελεύθερο" στη ΖΑ.



Νόθευση τύπου n

- Η διαδικασία αυτή έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία **ελεύθερων ηλεκτρονίων** αλλά και **ακίνητων ιόντων As^+** .
- Επειδή το άτομο As προσφέρει ένα ηλεκτρόνιο στη ΖΑ, λέμε ότι λειτουργεί ως **δότης**.
- Τυπικές συγκεντρώσεις νόθευσης $N_d = 10^{15} \dots 10^{19} \text{cm}^{-3}$
- Επειδή $N_d \gg n_i$ (πχ για το Si είναι $n_i = 10^{10} \text{cm}^{-3}$) η συγκέντρωση ηλεκτρονίων είναι $n = N_d$
- Όμως προσοχή: Σε χαμηλές θερμοκρασίες **δεν ιονίζονται όλοι οι δότες**, δηλαδή $n < N_d$



Συγκέντρωση οπών και αγωγιμότητα σε ημιαγωγό τύπου n

Ο νόμος δράσης των μαζών ισχύει και σε εξωγενείς ημιαγωγούς.

$$np = n_i^2$$

Επειδή σε ημιαγωγό τύπου n ισχύει

$$n = N_d$$

ο νόμος δράσης των μαζών γίνεται:

$$N_d p = n_i^2 \Rightarrow p = \frac{n_i^2}{N_d}$$

Δηλαδή η συγκέντρωση οπών είναι κατά πολύ μικρότερη από την ενδογενή συγκέντρωση n_i .

Η αγωγιμότητα δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = en\mu_e + ep\mu_h$$

Επειδή η συγκέντρωση οπών είναι πολύ μικρή η αγωγιμότητα μπορεί να γραφεί ως:

$$\sigma \approx eN_d\mu_e$$

Προσοχή: Η **ευκινησία μ_e εξαρτάται από τη συγκέντρωση**.

Για μικρές συγκεντρώσεις προσμίξεων (πχ $N_d < 10^{15} \text{cm}^{-3}$) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι περίπου ίση με την ευκινησία στον ενδογενή ημιαγωγό.

Παράδειγμα #8

Ενδογενές Si νοθεύεται με άτομα As σε συγκέντρωση 10^{16}cm^{-3} . Ποια είναι η συγκέντρωση ηλεκτρονίων και οπών ;

Δεδομένα:

$$N_d = 10^{16} \text{cm}^{-3}$$

Ο εξωγενής ημιαγωγός που προκύπτει είναι τύπου n.

Η συγκέντρωση ηλεκτρονίων είναι:

$$n = N_d = 10^{16} \text{cm}^{-3}$$

Για να βρούμε τη συγκέντρωση οπών εφαρμόζουμε το νόμο δράσης των μαζών:

$$np = n_i^2 \Rightarrow p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{n_i^2}{N_d}$$

Χρειαζόμαστε την ενδογενή συγκέντρωση n_i του Si.

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Αντικαθιστούμε:

$$p = \frac{(10^{10} \text{cm}^{-3})^2}{10^{16} \text{cm}^{-3}} = 10^4 \text{cm}^{-3}$$

Παράδειγμα #9

Ενδογενές Ge νοθεύεται με συγκέντρωση δοτών $2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

- Πόσο απέχει η ενέργεια Fermi από το κάτω άκρο της ζώνης αγωγιμότητας σε θερμοκρασία δωματίου ;
- Ποιο είναι το έργο εξόδου του ημιαγωγού ;

Δεδομένα:

$$N_d = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

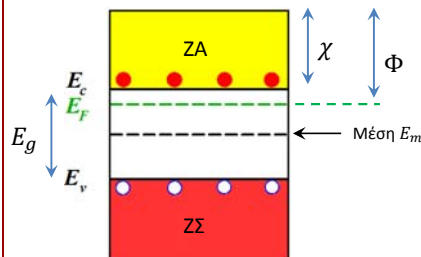
Ο ημιαγωγός που προκύπτει είναι τύπου n με συγκέντρωση ηλεκτρονίων

$$n = N_d = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Η ενέργεια Fermi πλησιάζει την E_c

Το έργο εξόδου είναι:

$$\Phi = \chi + (E_c - E_F)$$



Παράδειγμα #9

- Πόσο απέχει η ενέργεια Fermi από το κάτω άκρο της ζώνης αγωγιμότητας σε θερμοκρασία δωματίου ;

Πρέπει να υπολογίσουμε τη διαφορά

$$E_c - E_F$$

Για να βρούμε τη διαφορά $E_c - E_F$ θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} \Rightarrow$$

$$\frac{n}{N_c} = e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}$$

$$\ln \frac{n}{N_c} = -\frac{E_c - E_F}{k_B T} \Rightarrow$$

$$E_c - E_F = -k_B T \ln \frac{n}{N_c}$$

Χρειαζόμαστε το N_c

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Χρειαζόμαστε:

$$k_B = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

Παράδειγμα #9

Αντικαθιστούμε:

$$E_c - E_F = -k_B T \ln \frac{n}{N_c} =$$

$$-\left(8.62 \times 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}\right) (300\text{K}) \ln \frac{2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}}{1.04 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}} =$$

$$0.10 \text{ eV}$$

Παράδειγμα #9

- Ποιο είναι το έργο εξόδου του ημιαγωγού ;

Το έργο εξόδου είναι:

$$\Phi = \chi + (E_c - E_F)$$

Χρειαζόμαστε το χ

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Αντικαθιστούμε:

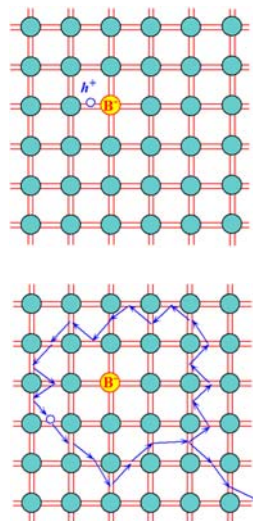
$$\Phi = \chi + (E_c - E_F) =$$

$$4.13\text{eV} + 0.10\text{eV} =$$

$$4.23 \text{ eV}$$

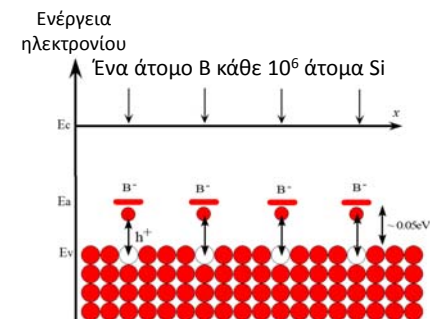
Νόθευση τύπου p

- Εισάγουμε προσμίξεις τρισθενούς στοιχείου πχ B.
- Κάθε άτομο πρόσμιξης πρέπει να περιβάλλεται από πολλά (εκατομμύρια) άτομα Si έτσι ώστε να δημιουργεί δεσμούς μόνο με άτομα Si.
- Το B σχηματίζει δεσμούς με 3 άτομα Si.
- Ο τέταρτος δεσμός έχει ένα ηλεκτρόνιο λιγότερο, που ισοδυναμεί με τη δημιουργία οπής.
- Ένα γειτονικό ηλεκτρόνιο μπορεί να μεταβεί στη θέση της οπής μέσω του φαινομένου σήραγγας.
- Με τον τρόπο αυτό η οπή μετακινείται μέσα στον κρύσταλλο γύρω από το ιόν B⁻
- Για να απελευθερωθεί η οπή από το ιόν B⁻ απαιτείται ενέργεια 0.05eV.
- Η ενέργεια αυτή είναι συγκρίσιμη με τη θερμική ενέργεια σε θερμοκρασία δωματίου $\sim 3k_B T \approx 0.07eV$.



Νόθευση τύπου p

- Η οπή αποσπάται από το ιόν B⁻ και περιφέρεται ελεύθερα μέσα στον κρύσταλλο.
- Η διαδικασία αυτή έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία **οπών** αλλά και **ακίνητων ιόντων B⁻**.
- Επειδή το άτομο B δεσμεύει ένα ηλεκτρόνιο από ένα γειτονικό δεσμό Si-Si, λέμε ότι λειτουργεί ως **αποδέκτης**.
- Τυπικές συγκεντρώσεις νόθευσης $N_a = 10^{15} \dots 10^{19} cm^{-3}$
- Επειδή $N_a \gg n_i$ (πχ για το Si είναι $n_i = 10^{10} cm^{-3}$) η συγκέντρωση οπών είναι $p = N_a$



Συγκέντρωση ηλεκτρονίων και αγωγιμότητα σε ημιαγωγό τύπου p

Εφαρμόζουμε το νόμο δράσης των μαζών

$$np = n_i^2$$

Επειδή σε ημιαγωγό τύπου p ισχύει

$$p = N_a$$

ο νόμος δράσης των μαζών γίνεται:

$$nN_a = n_i^2 \Rightarrow$$

$$n = \frac{n_i^2}{N_a}$$

Δηλαδή η συγκέντρωση ηλεκτρονίων είναι κατά πολύ μικρότερη από την ενδογενή συγκέντρωση n_i .

Η αγωγιμότητα δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = en\mu_e + ep\mu_h$$

Επειδή η συγκέντρωση ηλεκτρονίων είναι πολύ μικρή η αγωγιμότητα μπορεί να γραφεί ως:

$$\sigma \approx eN_a\mu_h$$

Προσοχή: Η **ευκινησία μ_h εξαρτάται από τη συγκέντρωση**.

Για μικρές συγκεντρώσεις προσμίξεων (πχ $N_a < 10^{15} cm^{-3}$) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι περίπου ίση με την ευκινησία στον ενδογενή ημιαγωγό.

Παράδειγμα #10

Ενδογενές Si νοθεύεται με άτομα B σε συγκέντρωση $2 \times 10^{17} cm^{-3}$. Ποια είναι η συγκέντρωση ηλεκτρονίων και οπών ;

Δεδομένα:

$$N_a = 2 \times 10^{17} cm^{-3}$$

Ο εξωγενής ημιαγωγός που προκύπτει είναι τύπου p.

Η συγκέντρωση οπών είναι:

$$p = N_a = 2 \times 10^{17} cm^{-3}$$

Για να βρούμε τη συγκέντρωση ηλεκτρονίων εφαρμόζουμε το νόμο δράσης των μαζών:

$$np = n_i^2 \Rightarrow$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{n_i^2}{N_a}$$

Χρειαζόμαστε την ενδογενή συγκέντρωση n_i του Si.

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Αντικαθιστούμε:

$$n = \frac{(10^{10} cm^{-3})^2}{2 \times 10^{17} cm^{-3}} = 500 cm^{-3}$$

Παράδειγμα #11

Ενδογενές GaAs νοθεύεται με αποδέκτες σε συγκέντρωση 10^{17} cm^{-3} .

- Πόσο απέχει η ενέργεια Fermi από το άνω άκρο της ζώνης σθένους σε θερμοκρασία δωματίου ;
- Ποιο είναι το έργο εξόδου του ημιαγωγού ;

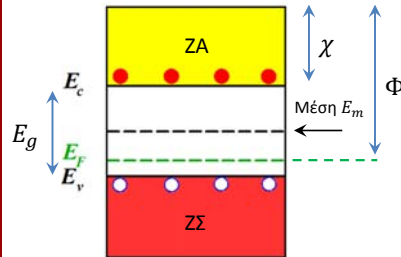
Δεδομένα:

$$N_a = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

Ο ημιαγωγός που προκύπτει είναι τύπου p με συγκέντρωση οπών $p = N_a = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

Η ενέργεια Fermi πλησιάζει την E_v



Παράδειγμα #11

- Πόσο απέχει η ενέργεια Fermi από το άνω άκρο της ζώνης σθένους σε θερμοκρασία δωματίου ;

Πρέπει να υπολογίσουμε τη διαφορά

$$E_F - E_v$$

Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}} \Rightarrow$$

$$\frac{p}{N_v} = e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}} \Rightarrow$$

$$\ln \frac{p}{N_v} = -\frac{E_F - E_v}{k_B T} \Rightarrow$$

$$E_F - E_v = -k_B T \ln \frac{p}{N_v}$$

Χρειαζόμαστε το N_v του GaAs.

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Χρειαζόμαστε:

$$k_B = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

Αντικαθιστούμε:

$$E_F - E_v =$$

$$-\left(8.62 \times 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}\right) (300 \text{ K})$$

$$\ln \frac{10^{17} \text{ cm}^{-3}}{7 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}} =$$

$$0.11 \text{ eV}$$

Παράδειγμα #11

- Ποιο είναι το έργο εξόδου του ημιαγωγού ;

Το έργο εξόδου είναι:

$$\Phi = \chi + E_g - (E_F - E_v)$$

Χρειαζόμαστε τα χ, E_g

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Αντικαθιστούμε:

$$\Phi = 4.07 \text{ eV} + 1.42 \text{ eV} - 0.11 \text{ eV} =$$

$$5.38 \text{ eV}$$

Νόθευση αντιστάθμισης

Είναι η νόθευση ενός ημιαγωγού με δότες και αποδέκτες ταυτόχρονα.

Τα ηλεκτρόνια που προέρχονται από τους δότες επανασυνδέονται με οπές από τους αποδέκτες.

Αν $N_d - N_a \gg n_i$ τότε έχουμε ημιαγωγό τύπου n.

$$n = N_d - N_a$$

$$p = \frac{n_i^2}{N_d - N_a}$$

Αν $N_a - N_d \gg n_i$ τότε έχουμε ημιαγωγό τύπου p.

$$p = N_a - N_d$$

$$n = \frac{n_i^2}{N_a - N_d}$$

Δεν είναι δυνατόν να αυξήσουμε τον αριθμό των ηλεκτρονίων και των οπών **ταυτόχρονα** αφού αυτό οδηγεί στην αύξηση των επανασυνδέσεων έτσι ώστε να ισχύει πάντα ο νόμος δράσης των μαζών.

Παράδειγμα #12

Ενδογενές Ge νοθεύεται με $5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ αποδέκτες και 10^{16} cm^{-3} δότες. Τι τύπου ημιαγωγός προκύπτει ; Ποια είναι η συγκέντρωση ηλεκτρονίων και οπών ;

Δεδομένα:

$$N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_a = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Βρίσκουμε τη διαφορά

$$N_a - N_d =$$

$$5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3} - 10^{16} \text{ cm}^{-3} =$$

$$4.9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Χρειαζόμαστε το n_i του Ge

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Επειδή $N_a - N_d \gg n_i$ ο ημιαγωγός που προκύπτει είναι τύπου p με συγκέντρωση οπών:

$$p = 4.9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Παράδειγμα #12

Για να βρούμε τη συγκέντρωση ηλεκτρονίων εφαρμόζουμε το νόμο δράσης των μαζών:

$$np = n_i^2 \Rightarrow$$

$$n = \frac{n_i^2}{p}$$

Αντικαθιστούμε:

$$n = \frac{(2.3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3})^2}{4.9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}} =$$

$$1.08 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$$

Εξάρτηση της αγωγιμότητας από τη θερμοκρασία

Η αγωγιμότητα σε ημιαγωγό δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = en\mu_e + ep\mu_h$$

Μέχρι τώρα υπολογίσαμε την αγωγιμότητα σε θερμοκρασία δωματίου ($T=300\text{K}$) θεωρώντας ότι:

- Ισχύει $n = N_d$ για ημιαγωγούς τύπου n
 $p = N_a$ για ημιαγωγούς τύπου p
- Η συγκέντρωση των προσμίξεων είναι μεγαλύτερη από n_i

Για να υπολογίσουμε την αγωγιμότητα σε άλλες θερμοκρασίες πρέπει να λάβουμε υπόψη μας:

- Την εξάρτηση της **συγκέντρωσης των φορέων** από τη θερμοκρασία.
- Την εξάρτηση της **ευκινήσιας των φορέων** από τη θερμοκρασία.

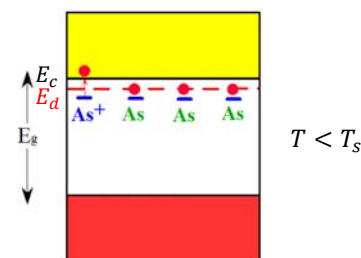
Στη συνέχεια θα εξετάσουμε την εξάρτηση της αγωγιμότητας από τη θερμοκρασία για **ημιαγωγό τύπου n**.

Διακρίνουμε τρεις περιοχές θερμοκρασιών:

- Χαμηλές θερμοκρασίες
- Ενδιάμεσες θερμοκρασίες
- Υψηλές θερμοκρασίες.

Εξάρτηση της συγκέντρωσης ηλεκτρονίων από τη θερμοκρασία

Περιοχή χαμηλών θερμοκρασιών



Σε θερμοκρασία $T=0$ κανένας δότης δεν είναι ιονισμένος.

Η ενέργεια ιονισμού ενός δότη $\Delta E = E_c - E_d$ είναι μικρή ($\ll E_g$).

Όσο αυξάνει η θερμοκρασία όλο και περισσότεροι δότες ιονίζονται.

Η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων δίνεται από τον τύπο:

$$n = \left(\frac{1}{2} N_c N_d \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\Delta E}{2k_B T}}$$

Είναι αντίστοιχος με

$$n_i = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

από το νόμο δράσης των μαζών.

Επειδή

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

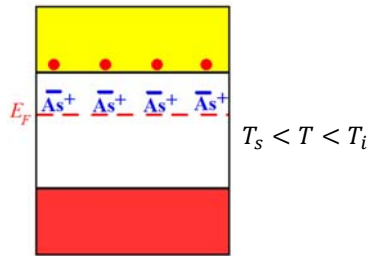
Μπορούμε να γράψουμε:

$$n(T) \propto T^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{\Delta E}{2k_B T}}$$

Κυρίαρχος όρος είναι ο εκθετικός.

Εξάρτηση της συγκέντρωσης ηλεκτρονίων από τη θερμοκρασία

Περιοχή ενδιάμεσων θερμοκρασιών



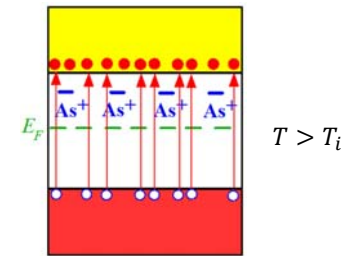
Στην περιοχή αυτή όλοι δότες έχουν ιονιστεί, δηλαδή

$$n = N_d$$

Η συγκέντρωση n παραμένει σταθερή σε όλη την περιοχή.

Εξάρτηση της συγκέντρωσης ηλεκτρονίων από τη θερμοκρασία

Περιοχή υψηλών θερμοκρασιών



Ηλεκτρόνια από τη ΖΣ διεγείρονται θερμικά και μεταβαίνουν στη ΖΑ.

Ο ημιαγωγός συμπεριφέρεται σαν ενδογενής ημιαγωγός.

Η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων είναι

$$n_i = n(T) \gg N_d$$

Σε ενδογενή ημιαγωγή:

$$n = p$$

Η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων δίνεται από:

$$n = (N_c N_v)^{1/2} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

Επειδή:

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

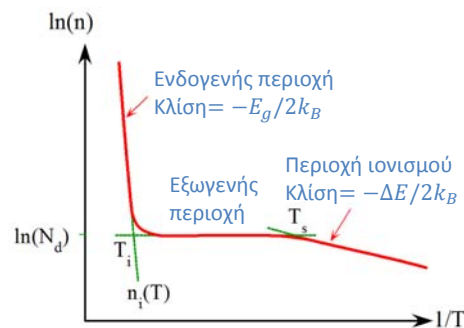
Μπορούμε να γράψουμε:

$$n(T) \propto T^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

Κυρίαρχος όρος είναι ο εκθετικός.

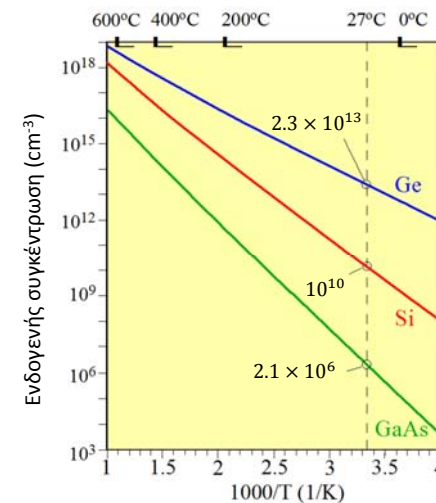
Εξάρτηση της συγκέντρωσης ηλεκτρονίων από τη θερμοκρασία

$$n(T) \begin{cases} \propto T^{3/4} e^{-\frac{\Delta E}{2k_B T}} & T < T_s & \text{Περιοχή ιονισμού} \\ = N_d & T_s < T < T_i & \text{Εξωγενής περιοχή} \\ \propto T^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} & T > T_i & \text{Ενδογενής περιοχή} \end{cases}$$



Εξάρτηση της συγκέντρωσης ηλεκτρονίων από τη θερμοκρασία

Θερμοκρασιακή εξάρτηση της ενδογενούς συγκέντρωσης n_i



Παράδειγμα #13

Ποιο είναι το ποσοστό μεταβολής της ενδογενούς συγκέντρωσης του πυριτίου αν η θερμοκρασία αυξηθεί κατά 10°C σε σχέση με την θερμοκρασία δωματίου ;

Δεδομένα:

$$T_1 = 300\text{ K}$$

$$T_2 = 310\text{ K}$$

Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$n(T) \propto T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

για τις δύο θερμοκρασίες:

$$n_1 \propto T_1^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T_1}}$$

$$n_2 \propto T_2^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T_2}}$$

Το ποσοστό μεταβολής είναι:

$$\frac{n_2 - n_1}{n_1} = \frac{n_2}{n_1} - 1 =$$

$$\frac{T_2^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T_2}}}{T_1^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T_1}}} - 1 =$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)} - 1$$

Χρειαζόμαστε το E_g του πυριτίου.

Παράδειγμα #13

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Χρειαζόμαστε:

$$k_B = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

Αντικαθιστούμε:

$$\frac{n_2 - n_1}{n_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)} - 1 =$$

$$\left(\frac{310\text{K}}{300\text{K}}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{1.1\text{eV}}{2(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})} \left(\frac{1}{310\text{K}} - \frac{1}{300\text{K}}\right)} - 1 =$$

$$(1.05)(1.98) - 1 = 1.08 =$$

108 %

Παράδειγμα #14

Η ειδική αγωγιμότητα του ενδογενούς Ge σε θερμοκρασία $T=27^\circ\text{C}$ είναι $2.2 (\Omega\text{m})^{-1}$. Ποια είναι η αγωγιμότητά του στους 80°C ; Υποθέστε ότι η εξάρτηση της ευκινησίας από τη θερμοκρασία δεν είναι σημαντική .

Δεδομένα:

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300\text{ K}$$

$$\sigma_1 = 2.2 (\Omega\text{m})^{-1}$$

$$T_2 = 80^\circ\text{C} = 353\text{ K}$$

Η αγωγιμότητα σε ημιαγωγό είναι:

$$\sigma = en\mu_e + ep\mu_h$$

Σε ενδογενή ημιαγωγό:

$$n = p = n_i$$

Συνεπώς:

$$\sigma = en_i(\mu_e + \mu_h)$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση για τις δύο θερμοκρασίες (υποθέτουμε ίδια ευκινησία και στις δύο θερμοκρασίες):

$$\sigma_1 = en_{i1}(\mu_e + \mu_h)$$

$$\sigma_2 = en_{i2}(\mu_e + \mu_h)$$

Διαιρούμε κατά μέλη:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{n_{i1}}{n_{i2}} \Rightarrow$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{n_{i2}}{n_{i1}}$$

Πρέπει να βρούμε το λόγο n_{i2}/n_{i1}

Παράδειγμα #14

Η συγκέντρωση ηλεκτρονίων δίνεται από τη σχέση:

$$n_i(T) \propto T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

Την εφαρμόζουμε για τις δύο θερμοκρασίες:

$$n_{i1} \propto T_1^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T_1}}$$

$$n_{i2} \propto T_2^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T_2}}$$

Διαιρούμε κατά μέλη:

$$\frac{n_{i2}}{n_{i1}} = \frac{T_2^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T_2}}}{T_1^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T_1}}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}$$

Τελικά η ζητούμενη αγωγιμότητα είναι:

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{n_{i2}}{n_{i1}} \Rightarrow$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}$$

Χρειαζόμαστε το E_g του γερμανίου.

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6

Χρειαζόμαστε:

$$k_B = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

Παράδειγμα #14

Αντικαθιστούμε:

$$\sigma_2 = \sigma_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)} =$$

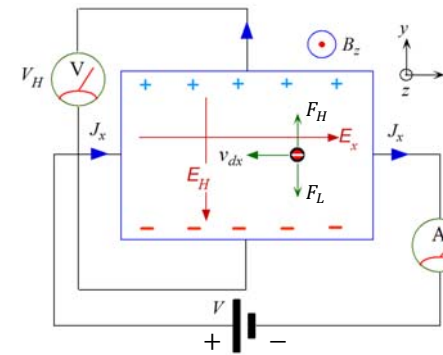
$$2.2(\Omega\text{m})^{-1} \left(\frac{353}{300} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{0.66\text{ eV}}{2(8.62 \times 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}})} \left(\frac{1}{353\text{K}} - \frac{1}{300\text{K}} \right)} =$$

$$2.2(\Omega\text{m})^{-1} (1.28)(6.79) =$$

$$19.1(\Omega\text{m})^{-1}$$

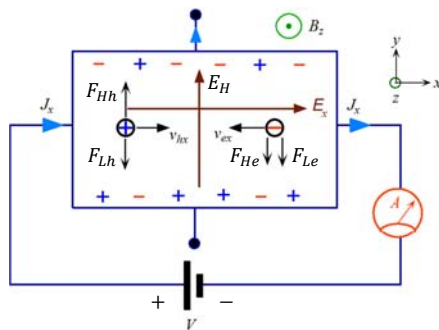
Το φαινόμενο Hall στους ημιαγωγούς

Υπενθύμιση:
Το φαινόμενο Hall στα μέταλλα



- J_x Πυκνότητα ρεύματος.
- E_x Ηλεκτρικό πεδίο.
- B_z Μαγνητικό πεδίο.
- v_{dx} Ταχύτητα ολίσθησης ηλεκτρονίων.
- E_H Ηλεκτρικό πεδίο Hall.
- F_L Δύναμη Lorentz.
- F_H Δύναμη λόγω πεδίου Hall.
- l_y Διάσταση δείγματος στη διεύθυνση y (δεν σημειώνεται στο σχήμα).
- l_z Διάσταση δείγματος στη διεύθυνση z (στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου – δεν σημειώνεται στο σχήμα).

Το φαινόμενο Hall στους ημιαγωγούς



- J_x Πυκνότητα ρεύματος.
- E_x Ηλεκτρικό πεδίο.
- B_z Μαγνητικό πεδίο.
- v_{ex} Ταχύτητα ολίσθησης ηλεκτρονίων.
- v_{hx} Ταχύτητα ολίσθησης οπών.
- E_H Ηλεκτρικό πεδίο Hall.
- F_{Le} Δύναμη Lorentz στα ηλεκτρόνια.
- F_{Lh} Δύναμη Lorentz στις οπές.
- F_{He} Δύναμη λόγω πεδίου Hall στα ηλεκτρόνια.
- F_{Hh} Δύναμη λόγω πεδίου Hall στις οπές.
- l_y, l_z Διαστάσεις δείγματος στις διευθύνσεις y και z (δεν σημειώνεται στο σχήμα).

Το φαινόμενο Hall στους ημιαγωγούς

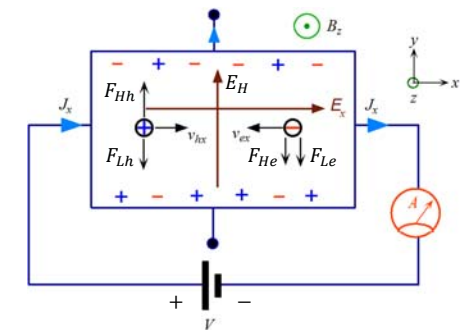
Στους ημιαγωγούς έχουμε δύο φορείς αγωγιμότητας (αμφιπολική ή διπολική αγωγιμότητα).
Η δύναμη Lorentz έχει την ίδια φορά για τα ηλεκτρόνια και τις οπές όμως το μέτρο της είναι διαφορετικό.
Επομένως σε κάθε άκρο του δείγματος συσσωρεύονται και ηλεκτρόνια και οπές.

Στον άξονα y η ολική πυκνότητα ρεύματος είναι:

$$J_h + J_e = 0 \Rightarrow$$

$$epv_{hy} + env_{ey} = 0 \Rightarrow$$

$$pv_{hy} + nv_{ey} = 0$$



Το φαινόμενο Hall στους ημιαγωγούς

Η συνολική δύναμη στις **οπές** στη διεύθυνση y είναι:

$$F_h = F_{Hh} - F_{Lh} \Rightarrow$$

$$F_h = eE_H - ev_{hx}B_z \Rightarrow$$

$$F_h = eE_H - e\mu_h E_x B_z \quad (1)$$

Όμως για τη διεύθυνση y ισχύει:

$$v_{hy} = \mu_h E_H \Rightarrow$$

$$v_{hy} = \mu_h \frac{F_h}{e} \Rightarrow$$

$$F_h = \frac{ev_{hy}}{\mu_h} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2)

$$\frac{ev_{hy}}{\mu_h} = eE_H - e\mu_h E_x B_z \Rightarrow$$

$$v_{hy} = E_H \mu_h - \mu_h^2 E_x B_z$$

Η συνολική δύναμη στα **ηλεκτρόνια** στη διεύθυνση y είναι:

$$F_e = F_{He} + F_{Le} \Rightarrow$$

$$F_e = -eE_H - ev_{ex}B_z \Rightarrow$$

$$F_e = -eE_H - e\mu_e E_x B_z \quad (3)$$

Όμως για τη διεύθυνση y ισχύει:

$$v_{ey} = \mu_e E_H \Rightarrow$$

$$v_{ey} = -\mu_e \frac{F_e}{e} \Rightarrow$$

$$F_e = -\frac{ev_{ey}}{\mu_e} \quad (4)$$

Από τις σχέσεις (3) και (4)

$$-\frac{ev_{ey}}{\mu_e} = -eE_H - e\mu_e E_x B_z \Rightarrow$$

$$v_{ey} = E_H \mu_e + \mu_e^2 E_x B_z$$

Το φαινόμενο Hall στους ημιαγωγούς

Επιστρέφουμε στην αρχική σχέση:

$$pv_{hy} + nv_{ey} = 0$$

Αντικαθιστούμε τα v_{hy} και v_{ey}

$$p(E_H \mu_h - \mu_h^2 E_x B_z)$$

$$+ n(E_H \mu_e + \mu_e^2 E_x B_z)$$

$$= 0 \Rightarrow$$

$$E_H(p\mu_h + n\mu_e) = B_z E_x (p\mu_h^2 - n\mu_e^2) \quad (1)$$

Στη διεύθυνση x ισχύει ότι:

$$J_x = epv_{hx} + env_{ex} \Rightarrow$$

$$J_x = ep\mu_h E_x + en\mu_e E_x \Rightarrow$$

$$J_x = eE_x(p\mu_h + n\mu_e) \Rightarrow$$

$$E_x = \frac{J_x}{e(p\mu_h + n\mu_e)}$$

Αντικαθιστούμε το E_x στη σχέση (1)

$$E_H(p\mu_h + n\mu_e) = B_z \frac{J_x}{e(p\mu_h + n\mu_e)} (p\mu_h^2 - n\mu_e^2) \Rightarrow$$

$$E_H = J_x B_z \frac{p\mu_h^2 - n\mu_e^2}{e(p\mu_h + n\mu_e)^2}$$

Ο συντελεστής Hall είναι εξ' ορισμού:

$$R_H = \frac{E_H}{J_x B_z} \Rightarrow$$

$$R_H = \frac{p\mu_h^2 - n\mu_e^2}{e(p\mu_h + n\mu_e)^2} \quad \text{Συντελεστής Hall σε ημιαγωγό}$$

Το φαινόμενο Hall στους ημιαγωγούς

Η τάση Hall είναι:

$$E_H = -\frac{V_H}{l_y} \Rightarrow V_H = -E_H l_y \Rightarrow$$

$$V_H = -R_H J_x B_z l_y \Rightarrow$$

$$V_H = -R_H \frac{I_x}{l_y l_z} B_z l_y \Rightarrow$$

$$V_H = -R_H \frac{I_x B_z}{l_z}$$

Το φαινόμενο Hall στους ημιαγωγούς

Ημιαγωγός τύπου n

Σε ημιαγωγό τύπου n ισχύει ότι:

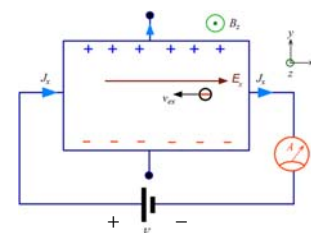
$$n \gg p$$

Ο συντελεστής Hall γίνεται:

$$R_H = -\frac{1}{ne}$$

Η τάση Hall είναι:

$$V_H = -R_H \frac{I_x B_z}{l_z} > 0$$



Ημιαγωγός τύπου p

Σε ημιαγωγό τύπου p ισχύει ότι:

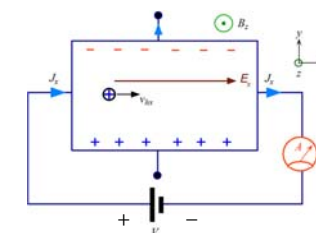
$$p \gg n$$

Ο συντελεστής Hall γίνεται:

$$R_H = \frac{1}{pe}$$

Η τάση Hall είναι:

$$V_H = -R_H \frac{I_x B_z}{l_z} < 0$$



Παράδειγμα #15

Υπολογίστε το συντελεστή Hall του ενδογενούς πυριτίου σε θερμοκρασία δωματίου.

Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$R_H = \frac{p\mu_h^2 - n\mu_e^2}{e(p\mu_h + n\mu_e)^2}$$

Στους ενδογενείς ημιαγωγούς

$$n = p = n_i$$

οπότε ο συντελεστής Hall γράφεται:

$$R_H = \frac{n_i\mu_h^2 - n_i\mu_e^2}{e(n_i\mu_h + n_i\mu_e)^2} = \frac{\mu_h^2 - \mu_e^2}{en_i(\mu_h + \mu_e)^2} = \frac{(\mu_h + \mu_e)(\mu_h - \mu_e)}{en_i(\mu_h + \mu_e)^2} \Rightarrow$$

$$R_H = \frac{1}{en_i} \frac{\mu_h - \mu_e}{\mu_h + \mu_e} \quad \text{Συντελεστής Hall ενδογενούς ημιαγωγού}$$

Χρειαζόμαστε τα n_i, μ_h, μ_e του πυριτίου.

Παράδειγμα #15

	E_g (eV)	χ (eV)	N_c (cm^{-3})	N_v (cm^{-3})	n_i (cm^{-3})	μ_e ($\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$)	μ_h ($\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$)	m_e^*/m_e	m_h^*/m_e	ϵ_r
Ge	0.66	4.13	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.3×10^{13}	3900	1900	0.12a	0.23a	16
Si	1.10	4.01	2.8×10^{19}	1.2×10^{19}	1.0×10^{10}	1350	450	0.56b	0.40b	11.9
GaAs	1.42	4.07	4.7×10^{17}	7×10^{18}	2.1×10^6	8500	400	1.08b	0.60b	13.1
								0.067a,b	0.40a	0.50b

Χρειαζόμαστε:

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$$

Αντικαθιστούμε:

$$R_H = \frac{1}{en_i} \frac{\mu_h - \mu_e}{\mu_h + \mu_e} =$$

$$\frac{1}{(1.6 \times 10^{-19} \text{C})(10^{10} \text{cm}^{-3})} \frac{450 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} - 1350 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}}{450 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} + 1350 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}} = -0.313 \times 10^9 \frac{\text{cm}^3}{\text{C}} = -313 \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

Παράδειγμα #15

Παρατήρηση:

Ο συντελεστής Hall στους ημιαγωγούς είναι πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερος από τα μέταλλα.

Παράδειγμα #16

Υπολογίστε το συντελεστή Hall για p-Si με συγκέντρωση αποδεκτών 10^{16}cm^{-3} .

Δεδομένα:

$$N_a = 10^{16} \text{cm}^{-3}$$

Ο ημιαγωγός είναι τύπου p με

$$p = N_a = 10^{16} \text{cm}^{-3}$$

Για το συντελεστή Hall θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$R_H = \frac{1}{pe}$$

Χρειαζόμαστε:

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$$

Αντικαθιστούμε:

$$R_H = \frac{1}{(10^{16} \text{cm}^{-3})(1.6 \times 10^{-19} \text{C})} =$$

$$625 \frac{\text{cm}^3}{\text{C}} =$$

$$6.25 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

Παράδειγμα #17

Σε πείραμα του φαινομένου Hall εφαρμόζεται μαγνητικό πεδίο 200 mT σε δείγμα εξωγενούς ημιαγωγού πάχους 0.5 cm στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Το ρεύμα που διαρρέει το δείγμα είναι 200 mA και η μετρούμενη τάση Hall είναι 2.1 mV. Ποια είναι η συγκέντρωση των φορέων αγωγιμότητας ;

Δεδομένα:

$$B_z = 0.2 \text{ T}$$

$$l_z = 0.005 \text{ m}$$

$$I_x = 0.2 \text{ A}$$

$$V_H = 0.0021 \text{ V}$$

Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$V_H = R_H \frac{I_x B_z}{l_z}$$

Ο συντελεστής Hall είναι:

$$R_H = \frac{1}{Ne}$$

όπου N είναι η συγκέντρωση φορέων (ηλεκτρόνια ή οπές).

Η τάση Hall γράφεται:

$$V_H = \frac{1}{Ne} \frac{I_x B_z}{l_z} \Rightarrow$$

$$N = \frac{1}{V_H e} \frac{I_x B_z}{l_z}$$

Παράδειγμα #17

Χρειαζόμαστε:

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Αντικαθιστούμε:

$$N = \frac{1}{V_H e} \frac{I_x B_z}{l_z} = \frac{1}{(0.0021 \text{ V})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})} \frac{(0.2 \text{ A})(0.2 \text{ T})}{0.005 \text{ m}} = 2.4 \times 10^{22} \text{ m}^{-3} = 2.4 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$